1. Soit $E = \{a, b\}$ et $F = \{\alpha, \beta\}$. Expliciter :

$$\mathcal{P}((E \times F) \setminus \{(b, \alpha), (a, \beta)\})$$

2. Soient A_1, A_2 des parties d'un ensemble E et B_1, B_2 des parties d'un ensemble F. Vrai ou faux :

$$(A_1 \times B_1) \cup (A_2 \times B_2) = (A_1 \cup A_2) \times (B_1 \cup B_2)$$

3-Donner l'ensemble de définition de tangente avec le symbole $\bigcup$.

4-Donner toutes les partitions de l'ensemble $E = \{a, b, c\}$.

5-Simplifier $\displaystyle\bigcap_{n \in \mathbb{N}^*} \left]0, \frac{1}{n}\right[$.

1. Soit $E = \{a, b\}$ et $F = \{\alpha, \beta\}$. Expliciter :

$$\mathcal{P}((E \times F) \setminus \{(b, \alpha), (a, \beta)\})$$

Réponse : On a : $E \times F = \{(a, \alpha), (a, \beta), (b, \alpha), (b, \beta)\}$ ainsi :

$$(E \times F) \setminus \{(b, \alpha), (a, \beta)\} = \{(a, \alpha), (b, \beta)\}$$

On a alors :

$$\mathcal{P}((E \times F) \setminus \{(b, \alpha), (a, \beta)\}) = \{\emptyset, \{(a, \alpha)\}, \{(b, \beta)\}, \{(a, \alpha), (b, \beta)\}\}$$

2. Soient A_1, A_2 des parties d'un ensemble E et B_1, B_2 des parties d'un ensemble F. Vrai ou faux :

$$(A_1 \times B_1) \cup (A_2 \times B_2) = (A_1 \cup A_2) \times (B_1 \cup B_2)$$

Réponse : C'est faux, donnons un contre-exemple. Prenons $E = \{a\}$, $F = \{b\}$, $A_1 = \emptyset$, $A_2 = \{a\}$, $B_1 = \{b\}$ et $B_2 = \emptyset$. On a :

$$(A_1 \times B_1) \cup (A_2 \times B_2) = \emptyset \cup \emptyset = \emptyset$$

tandis que :

$$(A_1 \cup A_2) \times (B_1 \cup B_2) = \{a\} \times \{b\} = \{(a, b)\}$$

3-Donner l'ensemble de définition de tangente avec le symbole $\bigcup$.

Réponse : L'ensemble de définition de la fonction tangente est :

$$\bigcup_{k\in\mathbb{Z}} \left] -\frac{\pi}{2}+k\pi, \frac{\pi}{2}+k\pi \right[$$

4-Donner toutes les partitions de l'ensemble $E = \{a, b, c\}$.

Réponse : Il y a 5 partitions :

- $A_1 = \{a\}$, $A_2 = \{b, c\}$
- $A_1 = \{b\}$, $A_2 = \{a, c\}$
- $A_1 = \{c\}$, $A_2 = \{a, b\}$
- $A_1 = \{a\}$, $A_2 = \{b\}$, $A_3 = \{c\}$
- $A_1 = \{a, b, c\}$

5-Simplifier $\displaystyle\bigcap_{n\in\mathbb{N}^*} \left]0, \frac{1}{n}\right[$.

Réponse : On trouve : $\displaystyle\bigcap_{n\in\mathbb{N}^*} \left]0, \frac{1}{n}\right[= \emptyset$. En effet, par l'absurde, soit $\displaystyle x \in \bigcap_{n\in\mathbb{N}^*} \left]0, \frac{1}{n}\right[$, cela signifie que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a : $0 < x < \dfrac{1}{n}$. Si l'on passe à la limite quand n tend vers $+\infty$, on obtient $0 < x \leq 0$, d'où l'absurdité recherchée.