

7

a) On pose $u = e^t$, on trouve : $\int_0^1 \frac{dt}{\operatorname{ch}(t)} = 2\operatorname{Arctan}(e) - \frac{\pi}{2}$.

b) On pose $u = \tan\left(\frac{t}{2}\right)$, on trouve : $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dt}{2 + \cos(t)} = \frac{\pi}{3\sqrt{3}}$.

c) On pose $u = \tan(t)$, on trouve : $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dt}{1 + \sin(t)\cos(t)} = \frac{\pi}{3\sqrt{3}}$.

d) On pose $u = \sqrt{e^t + 1}$, on trouve : $\int_0^1 \frac{dt}{\sqrt{e^t + 1}} = \ln\left(\frac{(\sqrt{e+1}-1)(\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{e+1}+1)(\sqrt{2}-1)}\right)$.

9

a) On pose $u = \sqrt{\frac{1-t}{1+t}}$, on trouve : $\int_0^1 \sqrt{\frac{1-t}{1+t}} = \frac{\pi}{2} - 1$.

b) On trouve $\int_0^1 \frac{\operatorname{Arctan}(x)}{1+x} dx = \frac{\pi}{8} \ln(2)$.

Défi 1

On commence par poser $u = \frac{\pi}{4} - t$.

Défi 2

On pose $t = \frac{1}{x}$ puis on utilise la formule $\operatorname{Arctan}(x) + \operatorname{Arctan}\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{\pi}{2}$ si $x > 0$. On trouve $\frac{\pi}{2} \ln(a)$.