

Chapitre 8 : Ensembles et applications

► Ensembles

- Définition, exemples.
- Appartenance, inclusion, égalité.
- Parties d'un ensemble, notation $\mathcal{P}(E)$, exemples.
- Union, intersection, propriétés : distributivité, associativité, commutativité.
- Complémentaire, différence, propriétés : complémentaire d'une union, d'une intersection.
- Union et intersection quelconque.
- Produit cartésien de deux ensembles, sous-ensembles d'un produit cartésien.

► Applications

- Définition, vocabulaire.
- Graphe et image d'une fonction.
- Composée, restriction et prolongement, exemples.

► Bijections, injections et surjections

- Injections : définition, exemples, composée de deux injections.
- Surjection : définition, exemples, composée de deux surjections.
- Bijection : définition, exemples.
- Notion de bijection réciproque, bijection réciproque d'une composée de bijections.

► Image directe et image réciproque

- Image directe : définition, exemples.
- Image directe d'une union et d'une intersection.
- Image réciproque d'une partie : définition, exemples.
- Image réciproque d'une union, d'une intersection, du complémentaire.

Chapitre 9 : Nombres réels (début)

- Borne supérieure, borne inférieure, caractérisation. Exemples. Propriété de la borne supérieure.
- \mathbb{R} est archimédien. Densité de \mathbb{Q} dans \mathbb{R} et de $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ dans \mathbb{R} .
- Approximation d'un réel par des rationnels.
- Partie entière.

Remarque. Ce chapitre n'est pas tout à fait fini, il manque la notion d'intervalle et l'équivalence avec les parties convexes.

Questions de cours :

- Soient $f : E \rightarrow F$ et $g : F \rightarrow E$, si $f \circ g = Id_F$ et $g \circ f = Id_E$ alors f est une bijection et $f^{-1} = g$.
- $f(A \cup A') = f(A) \cup f(A')$.
- $f^{-1}(B \cup B') = f^{-1}(B) \cup f^{-1}(B')$ et $f^{-1}(C_F B) = C_E f^{-1}(B)$.
- Soit A une partie de \mathbb{R} ayant une borne supérieure, il existe une suite d'éléments de A qui tend vers $\sup(A)$.
- \mathbb{R} est archimédien (en utilisant la propriété de la borne supérieure).
- \mathbb{Q} et $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ sont denses dans \mathbb{R} .