

## A-Calculs de base

1. Soient  $x$  et  $y$  deux réels vérifiant  $2 \leq x \leq 4$  et  $-5 \leq y < -3$ . Donner un encadrement de  $x + y$ ,  $x - y$ ,  $xy$  et  $\frac{x}{y}$ .
2. Déterminer l'ensemble de définition et le signe de la fonction  $x \mapsto \frac{x^3 - 1}{x^3 + 1}$ .
3. ★ Déterminer les valeurs de  $m \in \mathbb{R}$  pour que l'équation suivante ait deux solutions réelles positives :

$$m^2 x^2 + (m - 3)x + 4 = 0$$

## B-Sommes et produits

4. Soit  $n \in \mathbb{N}^*$ , simplifier  $\prod_{k=1}^n \frac{k}{k+2}$ .
5. Soit  $n \in \mathbb{N}^*$ , simplifier  $\sum_{k=4}^{n+3} (2k+1)$ .
6. Calculer  $S_n = \sum_{j=1}^n \sum_{i=j}^n \frac{j}{i}$  pour  $n \in \mathbb{N}^*$ .
7. Soit  $n \in \mathbb{N}^*$ , simplifier  $\sum_{k=1}^n 3^{2k-1}$ .
8. Soit  $n \in \mathbb{N}^*$ , simplifier  $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} 5^{n-k}$ .
9. ★ Soit  $n \in \mathbb{N}^*$ , calculer :  $S_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{(2k-1)(2k+1)}$ .

## C-Limites

10. Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + 4x + 3} + x + 2$ .
11. Calculer  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2 + 4x + 3} + x + 2$ .
12. Déterminer  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 + x^2 + 5}{5x^3 - x^2 + 2}$ .
13. ★ Déterminer  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x^2 - 5x + 4}$ .

## D-Équations et inéquations

14. Trouver tous les  $x$  réels tels que :  $|x + 5| \leq 100$ .
15. Trouver tous les réels  $x$  tels que :  $x - 1 < \sqrt{x}$ .
16. Résoudre l'équation :  $\ln(x) + \ln(x - 1) \geq \ln(6)$ .
17. ★ Soit  $m \in \mathbb{R}$ . En discutant selon la valeur de  $m$ , trouver tous les réels  $x$  tels que :  $\sqrt{2x + m} \geq x + 1$ .

## E-Dérivation

18. Donner l'ensemble de dérivabilité et la dérivée de  $f : x \mapsto \frac{1}{x^{\frac{3}{4}}}$ .
19. Donner l'ensemble de définition, l'ensemble de dérivabilité et la dérivée de  $f : x \mapsto \ln\left(\frac{1+2x}{1-x}\right)$ . On simplifiera au maximum l'écriture de la dérivée.