1-Soient $f : E \to F$ et $g : F \to G$ deux bijections. Montrer que $g \circ f$ est une bijection et montrer que :

$$(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$$

2. Soient $f : E \to F$, $g : F \to G$ et $h : G \to H$ trois applications bijectives. Quelle est la bijection réciproque de $h \circ g \circ f$?

3. Soient f et g deux applications bijectives de E dans E, on suppose que $f \circ g = g \circ f$. Démontrer que $f^{-1} \circ g^{-1} = g^{-1} \circ f^{-1}$.

1-Soient $f : E \to F$ et $g : F \to G$ deux bijections. Montrer que $g \circ f$ est une bijection et montrer que :

$$(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$$

Réponse : Voir cours

2. Soient $f : E \to F$, $g : F \to G$ et $h : G \to H$ trois applications bijectives. Quelle est la bijection réciproque de $h \circ g \circ f$?

Réponse : On a : $(h \circ g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1} \circ h^{-1}$.

3. Soient f et g deux applications bijectives de E dans E, on suppose que $f \circ g = g \circ f$. Démontrer que $f^{-1} \circ g^{-1} = g^{-1} \circ f^{-1}$.

Réponse : Déjà $f \circ g$ et $g \circ f$ sont bijectives comme composées de deux bijections. Par hypothèse $f \circ g$ et $g \circ f$ sont égales, ainsi les bijections réciproques respectives sont égales :

$$(f \circ g)^{-1} = (g \circ f)^{-1}$$

D'après la formule vue en cours, cela revient à dire que :

$$g^{-1} \circ f^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$$