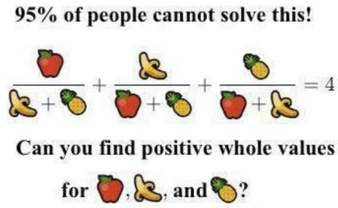
Programme de colles



Relations binaires

-Définition d'une relation binaire, graphe d'une relation binaire, exemples.
-Réflexivité, symétrie, antisymétrie et transitivité. Éléments comparables, relation totale, exemples.
-Relations d'équivalence : définition. Notion de classe d'équivalence, les classes d'équivalence forment une partition. Exemples.
-Relations d'ordre : définition. Exemples : divisibilité dans $\mathbb{N}$, inclusion.
-Majorants, minorants, exemples. Maximum et minimum pour un ensemble ordonné, unicité, exemples.
-Borne supérieure et borne inférieure.

Arithmétique

▸ Divisibilité dans $\mathbb{Z}$

-Divisibilité. Propriétés. Congruences et propriétés.
-Théorème de la division euclidienne. Application à la caractérisation des sous-groupes additifs de $\mathbb{Z}$.

▸ Diviseurs et multiples communs

-Existence et unicité du pgcd (positif) et théorème de Bézout. Algorithme d'Euclide.
-Nombres premiers entre eux. Théorème de Bézout dans le cas de nombres premiers entre eux.
-Théorème de Gauss et corollaire.
-Existence et unicité du ppcm (positif). Formule liant pgcd et ppcm.

▸ Nombres premiers

-Définition. Premières propriétés. Tout entier $n \geq 2$ possède un diviseur premier.
-L'ensemble des nombres premiers est infini.
-Décomposition en produit de facteurs premiers : existence et unicité.
-Valuation de p dans n et notation $\nu_p(n)$.
-Expression du pgcd et ppcm grâce à la décomposition en facteurs premiers. Nombre de diviseurs.

Questions de cours :

- Les classes d'équivalence forment une partition de E.
- Théorème de la division euclidienne : existence.
- Théorème de la division euclidienne : unicité.
- Existence et unicité du pgcd positif de deux entiers (en utilisant la caractérisation des sous-groupes additifs de $\mathbb{Z}$).
- Théorème de Gauss et son corollaire.
- Tout entier $n \geq 2$ possède au moins un diviseur premier et son corollaire (il y a une infinité de nombres premiers).