Dérivation

▸ Dérivée en un point, fonction dérivée

-Définition, exemples, dérivée à gauche et à droite. Développement limité d'ordre 1.
-Une fonction dérivable est continue.
-Extrema locaux et dérivée.
-Fonction dérivée, dérivées successives. Fonctions $\mathcal{C}^k$, $\mathcal{D}^k$, $\mathcal{C}^\infty$.

▸ Calcul des dérivées

-Dérivabilité d'une somme, d'un produit, d'un quotient, d'une composée, d'une fonction réciproque.
-Extension aux dérivées d'ordre k, formule de Leibniz.

▸ Théorèmes sur les fonctions dérivables

-Théorème de Rolle.
-Théorème des accroissements finis et applications pour une fonction dérivable :

- f constante $\Leftrightarrow f' = 0$
- f croissante $\Leftrightarrow f' \geq 0$
- f strictement croissante $\Leftrightarrow f' \geq 0$ et f' ne s'annule pas sur un intervalle non trivial.
- si f' s'annule en changeant de signe alors f présente un extremum local.

-Inégalité des accroissements finis, lien avec les fonctions lipschitziennes, exemples.
-Théorème de la limite de la dérivée, exemples.
-Théorème du prolongement de classe $\mathcal{C}^n$.

▸ Extension aux fonctions à valeurs complexes

-Inégalité des accroissements finis.

Questions de cours :

- Si $f : I \to \mathbb{R}$ dérivable en a qui n'est pas une borne de I admet un extremum local en a alors $f'(a) = 0$.
- Formule de Leibniz.
- Théorème de Rolle.
- Théorème des accroissements finis.
- Si $f : I \to \mathbb{R}$ est dérivable et si f' s'annule en $a \in I$ (qui n'est pas une borne de I) en changeant de signe alors f admet un extremum local en a.
- Théorème de la limite de la dérivée.