

1-Vrai ou faux : si la suite  $(u_n)$  converge vers  $l$ , la suite  $(u_{n^2})$  converge vers  $l$ .

2-Donner les valeurs d'adhérence de la suite  $\left(\cos\left(2n\frac{\pi}{3}\right)\right)$ .

3-Soit  $z \in \mathbb{C}$  tel que  $\lim_{n \rightarrow +\infty} z^n = l \in \mathbb{C}$ . Montrer que  $l = 0$  ou  $l = 1$ .

1-Vrai ou faux : si la suite  $(u_n)$  converge vers  $l$ , la suite  $(u_{n^2})$  converge vers  $l$ .

---

**Réponse :** C'est vrai, si une suite  $(u_n)$  tend vers  $l$  alors toutes les suites extraites de  $(u_n)$  tendent vers  $l$ . L'application définie par  $\varphi(n) = n^2$  est bien une extractrice donc  $(u_{n^2})$  tend vers  $l$ .

2-Donner les valeurs d'adhérence de la suite  $\left(\cos\left(2n\frac{\pi}{3}\right)\right)$ .

---

**Réponse :** La suite possède deux valeurs d'adhérence 1 et  $-\frac{1}{2}$  puisque  $\cos(0) = 1$ ,  $\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2}$  et la fonction  $\cos$  est  $2\pi$ -périodique. On a par exemple :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_{3n} = 1 \text{ et } \lim_{n \rightarrow +\infty} u_{3n+1} = -\frac{1}{2}$$

3-Soit  $z \in \mathbb{C}$  tel que  $\lim_{n \rightarrow +\infty} z^n = l \in \mathbb{C}$ . Montrer que  $l = 0$  ou  $l = 1$ .

---

**Réponse :** En tant que suite extraite, on a aussi :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} z^{2n} = l$$

D'autre part,

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} z^{2n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} (z^n)^2 = l^2$$

Par unicité de la limite  $l = l^2$ , on en déduit que  $l = 0$  ou  $l = 1$ .