1. Soit $n \in \mathbb{N}$. Donner la négation de la proposition suivante :

$$n^2 = 6 \Rightarrow n \geq 4$$

2. Vrai ou faux : $((P \Rightarrow Q) \Rightarrow R) \sim (P \Rightarrow (Q \Rightarrow R))$.

3. Vrai ou faux : la contraposée de la réciproque est égale à la réciproque de la contraposée.

4. Exprimer avec "et" et "non" la négation de $P \Rightarrow (Q \Rightarrow R)$.

1. Soit $n \in \mathbb{N}$. Donner la négation de la proposition suivante :

$$n^2 = 6 \Rightarrow n \geq 4$$

Réponse : On reconnait une implication et on a vu en cours que la négation de $P \Rightarrow Q$ est P et $non(Q)$. La négation est donc :

$$n^2 = 6 \text{ et } n < 4$$

2. Vrai ou faux : $((P \Rightarrow Q) \Rightarrow R) \sim (P \Rightarrow (Q \Rightarrow R))$

Réponse : C'est faux, il suffit d'exhiber la ligne suivante de la table de vérité :

P	Q	R	$P \Rightarrow Q$	$(P \Rightarrow Q) \Rightarrow R$	$Q \Rightarrow R$	$P \Rightarrow (Q \Rightarrow R)$
F	V	F	V	F	F	V

3. Vrai ou faux : la contraposée de la réciproque est égale à la réciproque de la contraposée.

Réponse : On considère une implication $P \Rightarrow Q$ où P et Q sont deux propositions. La réciproque de cette implication est $Q \Rightarrow P$ et la contraposée de la réciproque est donc : $\text{non}(P) \Rightarrow \text{non}(Q)$.
D'autre part, la contraposée de $P \Rightarrow Q$ est $\text{non}(Q) \Rightarrow \text{non}(P)$ dont la réciproque est : $\text{non}(P) \Rightarrow \text{non}(Q)$.
Il y a bien égalité.

4. Exprimer avec les connecteurs "et" et "non" la négation de $P \Rightarrow (Q \Rightarrow R)$.

Réponse : On a :

$$\begin{aligned} \text{non}(P \Rightarrow (Q \Rightarrow R)) &\sim P \text{ et non}(Q \Rightarrow R) \\ &\sim P \text{ et } (Q \text{ et non}(R)) \\ &\sim P \text{ et } Q \text{ et non}(R) \end{aligned}$$