*54.43. $\vdash : \alpha, \beta \in 1. \supset : \alpha \wedge \beta = \Lambda. \equiv . \alpha \vee \beta \in 2$

Dem.

$\vdash . *54.26. \supset \vdash : \alpha = \iota'x. \beta = \iota'y. \supset : \alpha \vee \beta \in 2. \equiv . x \neq y.$

[*51.231] $\equiv . \iota'x \wedge \iota'y = \Lambda.$

[*13.12] $\equiv . \alpha \wedge \beta = \Lambda$ (1)

$\vdash . (1). *11.11.35. \supset$

$\vdash : (\exists x, y). \alpha = \iota'x. \beta = \iota'y. \supset : \alpha \vee \beta \in 2. \equiv . \alpha \wedge \beta = \Lambda$ (2)

$\vdash . (2). *11.54. *52.1. \supset \vdash . \text{Prop}$

From this proposition it will follow, when arithmetical addition has been defined, that $1 + 1 = 2$.

Extrait de la page 378 de Principia Mathematica de Russell and Whitehead.

Chapitre 1 : Sommes et produits

► Les symboles $\sum$ et $\prod$

- Définition, notations, propriétés et exemples.
- Changement d'indice dans une somme, sommes télescopiques, exemples.
- Sommes usuelles : somme des termes d'une suite arithmétique, géométrique.
- Factorisation de $a^n - b^n$.
- Sommes doubles, exemples.
- Produit de deux sommes.
- Définition du symbole $\prod$, produit télescopique, exemples.
- Factorielle d'un entier.

► Coefficients binomiaux

- Définition et propriétés : symétrie, formule de Pascal et intégrité de $\binom{n}{k}$.
- Formule du binôme et exemples.
- Brève interprétation combinatoire.

Chapitre 2 : Logique et raisonnements

► Éléments de logique

- Notion de proposition, connecteurs logiques : non, ou, et, $\Leftarrow$, $\Leftrightarrow$.
- Lois de De Morgan, réciproque, contraposée, condition nécessaire, suffisante.
- Utilisation d'une table de vérité.

► Les quantificateurs

- Les quantificateurs $\forall$, $\exists$.
- Négation d'une proposition avec des quantificateurs.
- Quelques exemples sur l'interversion des quantificateurs.

► Méthodes de démonstration

- Démontrer une implication, exemple.
- Démontrer une équivalence, exemple.
- Démonstration par l'absurde, exemple.
- Raisonnement par récurrence simple, double, forte, exemples.
- Raisonnement par analyse-synthèse, exemples.

Questions de cours :

- Toute fonction de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ est la somme d'une fonction paire et d'une fonction impaire (par analyse-synthèse).
- Calcul de $\sum_{k=0}^n k^2$ (en utilisant $\sum_{k=0}^n [(k+1)^3 - k^3]$ ou en utilisant $\sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^k k$, au choix de l'étudiant).
- Factorisation de $a^n - b^n$.
- Formule de Pascal sur les coefficients binomiaux.
- Formule du binôme de Newton.
- Justification du principe de récurrence à l'aide de l'axiome : toute partie non vide de $\mathbb{N}$ admet un minimum.