

Chapitre 3

2) Raisonner par l'absurde en supposant qu'il existe $x \in \mathbb{R}$ tel que $f(x) \neq x$. Il y a alors deux cas, soit $f(x) < x$ soit $x < f(x)$.

3)a) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\sqrt{x^2 + 1} > x$.

b) Utiliser la méthode de la quantité conjuguée.

6) Considérer par exemple une fonction croissante et périodique, montrer alors qu'une telle fonction est constante. Pour cela, on prend $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, et on montre que $f(x) = f(y)$.

14) Poser la fonction $f : x \mapsto e^x - (x + 1)$ et faire une étude de fonction.