

## Groupes anneaux et corps

### ► Lois de composition interne

- Définition, exemples. Parties stables. Loi sur un produit cartésien.
- Associativité, exemples et contre-exemples.
- Commutativité, exemples et contre-exemples.
- Élément neutre, unicité si existence, exemples.
- Éléments inversibles, unicité si existence. Exemples. Inverse d'un produit d'inversibles.
- Éléments réguliers, simplification par un élément inversible. Exemples.
- Distributivité.

### ► Structure de groupe

- Définition, exemples.
- Sous-groupes, définition, exemples. Intersection de sous-groupes.
- Morphisme de groupes, isomorphisme, exemples.
- Propriétés d'un morphisme : image du neutre, image de l'inverse, composée de deux morphismes.
- Noyau et image d'un morphisme, définitions et exemples.
- Injectivité et noyau.

### ► Anneaux

- Définition, vocabulaire, exemples, règles de calculs dans un anneau.
- Anneau intègre, exemples et simplification dans un anneau intègre.
- Sous-anneaux, exemples.
- Morphisme d'anneaux, exemples.

### ► Corps

- Définition d'un corps, exemples.
- Sous-corps, morphisme de corps.

#### Questions de cours :

- Définition d'un élément inversible et démonstration de l'unicité de l'inverse (pour une l.c.i associative et possédant un neutre).
- Définition d'un élément régulier et démonstration du fait qu'un élément inversible est régulier.
- $\text{Ker } f$  est un sous-groupe ( $f$  morphisme de groupes).
- $\text{Im } f$  est un sous-groupe ( $f$  morphisme de groupes).
- $f$  injective  $\Leftrightarrow \text{Ker } f = \{e\}$ .
- $(\mathbb{Z}[i], +, \times)$  est un anneau, éléments inversibles de cet anneau.