

Il y a juste les réponses, si vous voulez des précisions, il suffit de me le demander. Si vous trouvez une erreur, n'hésitez pas à me le dire.

1

- a) $z = 2 + 5i$
- b) $z = -2 + 11i$
- c) $z = 2i$
- d) $z = -21 - 20i$
- e) $z = -2 + 2i$
- f) $z = 11 - 2i$
- g) $z = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$
- h) $z = -2i$

2

- a) Cercle de centre O et de rayon 3.
- b) Cercle de centre A d'affixe $2 - i$ et de rayon 1.
- c) Droite d'équation $x = -2$.
- d) Droite d'équation $y = 3$.

3

- a) $z = 1 - 2i$
- b) $z = \frac{3}{5} - \frac{4}{5}i$
- c) $z = 3i$ ou $z = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$
- d) $z = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$
- e) $z = -i$
- f) $z = \frac{1}{5} + \frac{3}{5}i$

4

On peut rédiger par équivalences, on a :

$$\begin{aligned}
 z' \in \mathbb{R} &\Leftrightarrow \overline{z'} = z' \\
 &\Leftrightarrow \frac{-i\bar{z} - 1}{\bar{z} + i} = \frac{iz - 1}{z - 1} \\
 &\Leftrightarrow -(i\bar{z} + 1)(z - i) = (\bar{z} + i)(iz - 1) \\
 &\Leftrightarrow z\bar{z} = 1 \text{ (en développant l'expression précédente)} \\
 &\Leftrightarrow |z| = 1
 \end{aligned}$$

5

- a) $z = \frac{3+i}{2}$ ou $z = \frac{3-i}{2}$
- b) $z = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ ou $z = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$
- c) $z = 2 + 2i$ ou $z = 2 - 2i$
- d) $z = i\sqrt{3}$ ou $z = -i\sqrt{3}$
- e) $z = i$ ou $z = -i$ ou $z = i\sqrt{2}$ ou $z = -i\sqrt{2}$
- f) $z = -1$ ou $z = 1 + 2i$ ou $z = 1 - 2i$

6 On vérifie que -3 est bien solution. On peut ainsi factoriser l'équation par $z + 3$:

$$z^3 + 3z^2 + z + 3 = (z + 3)(z^2 + 1)$$

On voit alors que les solutions de l'équation sont -3 , i et $-i$.

7

a) $a = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$

b) $a = 0$ ou $a = \pm\sqrt{3}$

8

$$z_A = 1 + i = \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$$

$$z_B = -1 + i = \sqrt{2}e^{i\frac{3\pi}{4}}$$

$$z_C = -1 - i = \sqrt{2}e^{i\frac{5\pi}{4}}$$

$$z_D = 1 - i = \sqrt{2}e^{i\frac{7\pi}{4}}$$

9

a) $z_1 = 4e^{i\frac{\pi}{3}}$

b) $z_2 = 2e^{i\frac{3\pi}{4}}$

c) $z_3 = 4e^{-i\frac{\pi}{4}}$

d) $z_4 = 2e^{i\frac{3\pi}{2}}$

e) $z_5 = \frac{1}{2}e^{i\frac{2\pi}{3}}$

f) $z_6 = \sqrt{8}e^{i\frac{\pi}{4}}$

g) $z_7 = 8e^{-i\frac{6\pi}{4}}$

h) $z_8 = \sqrt{2}e^{-i\frac{7\pi}{12}}$

i) $z_9 = 8e^{i\frac{\pi}{2}}$

j) $z_{10} = 12e^{i\frac{5\pi}{4}}$

10

On vérifie que $|c - a|^2 + |b - a|^2 = |b - c|^2$, ce qui nous apprend que le triangle est rectangle en A . De plus, $|c - a| = |b - a|$ donc le triangle est isocèle.

On trouve le point A' d'affixe $4 - \frac{1}{4}i$.