

## Nouveaux exercices

*Vous pouvez faire les exercices dans l'ordre de votre choix, tant que les questions sont bien numérotées.*

1. Déterminer  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{k=0}^n \ln \left( \frac{(k+1)(k+4)}{(k+2)(k+3)} \right)$ .

2. On considère la fonction :

$$f : x \mapsto \frac{1}{x^3 - 8x^2 + 19x - 12}$$

Décomposer  $f$  en éléments simples et en déduire une primitive de  $f$  sur un ensemble à préciser.

3. La fonction suivante, définie sur  $[-1, 1] \setminus \{0\}$ , possède-t-elle une limite en 0 ?

$$f : x \mapsto \frac{\sqrt{x \operatorname{Arcsin}(x)}}{x}$$

4. Déterminer, si elle existe :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{Arctan}(x^2)}{\sin(3x)^2}$$

5. Donner la forme exponentielle du produit de  $1 + i\sqrt{3}$  par  $3 + 3i$ .

6. Trouver tous les  $(a, b) \in \mathbb{C}^2$  tels que :

$$\begin{cases} a + b = 2 + i \\ ab = -13 + 13i \end{cases}$$

On pourra utiliser le fait que  $48^2 + 55^2 = 73^2$ .

7. Soient  $(a, b) \in \mathbb{R}^2$  avec  $a > |b|$ . En utilisant la règle de Bioche, calculer une primitive sur  $] -\pi, \pi[$  de :

$$f : x \mapsto \frac{1}{a + b \cos(x)}$$

8. Résoudre l'équation différentielle :

$$(E) : (x^2 + 1)y' - 6xy = 2(x^2 + 1)^3$$

9. Résoudre l'équation différentielle :

$$(E) : y'' - 2y' + y = \sin(2x)$$

10. Soit  $n \in \mathbb{N}^*$  et  $t \in \mathbb{R}$ . Montrer que :

$$(\cos(t))^n = \frac{1}{2^n} \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \cos((2k - n)t)$$