

**1** ★ Soit  $\alpha \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$ , déterminer une primitive sur  $\mathbb{R}$  de :

$$f : t \mapsto \frac{1}{t - \alpha}$$

**2** ♡★ Trouver une primitive des fonctions suivantes. On précisera l'ensemble de définition.

$$f_1 : x \mapsto \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}$$

$$f_2 : x \mapsto \frac{\ln(x)}{x}$$

$$f_3 : x \mapsto \frac{2x+1}{3x^2+3x+7}$$

$$f_4 : x \mapsto 2x(3x^2-1)^3$$

$$f_5 : x \mapsto \operatorname{th}(x)$$

$$f_6 : x \mapsto \frac{1}{(3x-2)^4}$$

$$f_7 : x \mapsto (6x^2+8)\sin(x^3+4x) \quad f_8 : x \mapsto (6x+3)\sqrt{x^2+x+1}$$

$$f_9 : x \mapsto \frac{x^2}{(x^3-2)^2}$$

$$f_{10} : x \mapsto \frac{1}{x \ln(x)}$$

$$f_{11} : x \mapsto \cos^2(x)$$

$$f_{12} : x \mapsto \sqrt{5x+4}$$

$$f_{13} : x \mapsto \tan(x)$$

$$f_{14} : x \mapsto \frac{2x+5}{(x^2+5x+8)^4}$$

$$f_{15} : x \mapsto \cos^3(x)$$

$$f_{16} : x \mapsto \cos(x) \sin(x)$$

$$f_{17} : x \mapsto \frac{3}{1+9x^2}$$

$$f_{18} : x \mapsto \frac{e^x}{1+e^{2x}}$$

$$f_{19} : x \mapsto \frac{2}{3+2x^2}$$

$$f_{20} : x \mapsto \frac{1-\operatorname{th}^2(x)}{\sqrt{1-\operatorname{th}^2(x)}}$$

$$f_{21} : x \mapsto \frac{1}{1+e^x}$$

$$f_{22} : x \mapsto \frac{1}{1-x^2}$$

$$f_{23} : x \mapsto \frac{1}{\operatorname{sh}^2(x)}$$

$$f_{24} : x \mapsto \ln(x)$$

$$f_{25} : x \mapsto \frac{\ln(x)}{x(1+\ln(x)^2)}$$

$$f_{26} : x \mapsto -\frac{1}{\sqrt{1-2x^2}}$$

$$f_{27} : x \mapsto \tan^2(x)$$

$$f_{28} : x \mapsto \tan^3(x)$$

$$f_{29} : x \mapsto \frac{x^4}{2+x}$$

$$f_{30} : x \mapsto \frac{ax^2+bx+c}{x^2+1}$$

**3** ♡★ À l'aide d'une ou plusieurs intégrations par parties, trouver une primitive des fonctions suivantes. On précisera l'ensemble de définition.

$$f_1 : x \mapsto \ln(x) \quad f_2 : x \mapsto \operatorname{Arctan}(x)$$

$$f_3 : x \mapsto x \ln(x) \quad f_4 : x \mapsto x \operatorname{Arctan}(x)$$

$$f_5 : x \mapsto x^2 \ln(x) \quad f_6 : x \mapsto (-x^3+x^2-2x+3)e^{-x}$$

$$f_7 : x \mapsto x^2 \sin(x) \quad f_8 : x \mapsto \frac{\operatorname{Arctan}(x)}{x^3}$$

**4** ★ En passant en complexes, trouver une primitive de :

$$f : t \mapsto te^t \sin(t)$$

**5** ★ Déterminer une primitive des fonctions suivantes. On précisera l'ensemble de définition.

$$f_1 : t \mapsto \frac{1}{t^2-6t+8} \quad f_2 : t \mapsto \frac{1}{t^2+3t+4}$$

$$f_3 : t \mapsto \frac{3t+2}{2t^2-4t+3} \quad f_4 : t \mapsto \frac{t^2+t+2}{t^2+2t+2}$$

**6** ♡★ À l'aide d'un changement de variable, déterminer une primitive des fonctions suivantes. On précisera l'ensemble de définition.

$$f_1 : x \mapsto \frac{x}{1+x^4} \quad f_2 : x \mapsto \frac{1}{e^{2x}+e^{-x}}$$

$$f_3 : x \mapsto \sqrt{e^x-1} \quad f_4 : x \mapsto \frac{\cos(x)}{1+\cos^2(x)}$$

$$f_5 : x \mapsto \frac{\sin(x)}{1+\sin^2(x)} \quad f_6 : x \mapsto \frac{1}{\cos^4(x)}$$

$$f_7 : x \mapsto \frac{1}{\cos^3(x)} \quad f_8 : x \mapsto \frac{\operatorname{th}(x)}{1+\operatorname{ch}(x)}$$

$$f_9 : x \mapsto \frac{\operatorname{ch}(x)}{1+\operatorname{ch}^2(x)} \quad f_{10} : x \mapsto \frac{1}{\operatorname{ch}^3(x)}$$

$$f_{11} : x \mapsto \frac{x^5}{1+x^{12}} \quad f_{12} : x \mapsto \frac{x}{1+\sqrt{x+1}}$$

$$f_{13} : x \mapsto \frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} \quad f_{14} : x \mapsto \frac{3+\ln(x)}{(4+\ln(x))^2}$$

$$f_{15} : x \mapsto \sqrt{x^2\sqrt{x}+x} \quad f_{16} : x \mapsto \frac{e^{2x}}{\sqrt{e^x+1}}$$

**7** ★★ Calculer les intégrales suivantes :

$$a) \int_0^1 \frac{dt}{\operatorname{ch}(t)} \quad b) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dt}{2+\cos(t)}$$

$$c) \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dt}{1+\sin(t)\cos(t)} \quad d) \int_0^1 \frac{dt}{\sqrt{e^t+1}}$$

**8** ★★ Soit  $n \in \mathbb{N}^*$ , on note  $F_n$  la primitive sur  $\mathbb{R}$  qui s'annule en 0 de :

$$f_n : t \mapsto \frac{1}{(1+t^2)^n}$$

a) Calculer  $F_1$ .

b) Calculer  $F_2$ .

c) Pour  $n \in \mathbb{N}^*$ , donner une relation entre  $F_n$  et  $F_{n+1}$ .

d) Calculer  $F_3$ .

**9** ★★★ Calculer les intégrales suivantes :

$$a) \int_0^1 \sqrt{\frac{1-t}{1+t}} dt \quad b) \int_0^1 \frac{\operatorname{Arctan}(x)}{1+x} dx$$

**10** ★★★ Déterminer une primitive des fonctions suivantes en précisant l'ensemble de définition :

a)  $f : x \mapsto \frac{\operatorname{Arcsin}(\sqrt{x})}{(1-x)^{\frac{3}{2}}}$     b)  $g : x \mapsto \frac{\operatorname{Arctan}(x)}{x^2}$

### Défis

**D1** ★★★ Calculer  $\int_0^{\pi/4} \ln(1 + \tan t) dt$ .

**D2** ★★★ Soit  $a \in [1, +\infty[$ , calculer :

$$\int_{\frac{1}{a}}^a \frac{\operatorname{Arctan}(x)}{x} dx$$

**D3** ★★★ Donner une formule pour une primitive  $n$ -ième de la fonction  $f : t \mapsto \ln(t)$  sur  $\mathbb{R}_+^*$ .